

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_tehnologic, decembrie 2023

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

Subiectul I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se calculeze suma $S = 3 + 13 + 23 + \dots + 93$.
- 5p 2. Să se determine punctul de intersecție al graficelor funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 4$ și $g(x) = 3x - 5$.
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația : $\sqrt{2x - 1} = x - 2$.
- 5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca un număr de 2 cifre să aibă suma cifrelor pătrat perfect.
- 5p 5. Fie punctele $A(2; -3)$, $B(-4; 5)$ și $C(a; b)$. Să determine coordonatele punctului C știind că $G(2; 1)$ este centrul de greutate al triunghiului ABC .
- 5p 6. Să se calculeze aria triunghiului MNP știind că $MN = 6$ cm, $NP = 8$ cm și măsura unghiului N este 120° .

Subiectul al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ din $M_2(\mathbb{R})$.
- 5p a) Arătați că $\det(A) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $A^2 - A + I_2 = O_2$.
- 5p c) Determinați o matrice $B \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $A \cdot B = I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x * y = 2xy - 2x - 2y + 3$, pentru orice x și y numere reale.
- 5p a) Demonstrați că $x * y = 2(x - 1)(y - 1) + 1$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Demonstrați că $(x * y) * z = x * (y * z)$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $x * x * x = 5$.

Subiectul al III-lea

(30 de puncte)

-
1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Să se arate că $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2}, x \in (0, \infty)$;
- 5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - \frac{5}{2}}{x-2}$;
- 5p c) Să se arate că f este crescătoare pentru orice $x \in [1, \infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{x+1}$.
- 5p a) Să se calculeze primitiva funcției $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = (x+1) \cdot f(x)$;
- 5p b) Să se determine primitiva H a funcției $h: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{1}{x^3} \cdot f(x)$, care are proprietatea că $H(e-1) = 2024$;
- 5p c) Arătați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $(0, \infty)$.