INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV

MINISTERUL EDUCAȚIEI

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_șt_nat, decembrie 2023

Clasa a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I ***(30 de puncte)***

5p 1. Calculați $3\log_3 27 - 2\log_5 125$.

5p 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție ale graficelor funcțiilor $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x$ și $g(x) = 4x - 12$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(3x-4) = 5$.

5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre , produsul cifrelor să fie egal cu 16.

5p 5. Fie vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + 4\vec{j}$ *și* $\vec{v} = (a+1)\vec{i} + 5\vec{j}$. Determinați $a \in \mathbb{R}$, astfel încât vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$ să fie coliniari.

5p 6. Se consideră expresia $E(x) = sin^2x - cos^2x - \frac{\sqrt{3}}{4}tg\frac{x}{2}$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}$.

Subiectul al II-lea ***(30 de puncte)***

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Arătați că $\det(A) = 16$.

5p b) Determinați numărul real x pentru care $B \cdot A = 4I_2$.

5p c) Determinați matricea $C \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $C \cdot A = I_2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{x+y+xy}{7}$.

5p a) Arătați că $7 * (-7) = -7$

5p b) Determinați numărul real x pentru care $2^x * 2 = 2$.

5p c) Determinați numerele întregi a pentru care $a * (-a) \geq -3$.

Subiectul al III-lea ***(30 de puncte)***

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+a}{x^2+1}$, unde a este real.

5p a) Pentru $a = 1$, arătați că $f'(x) = \frac{-x^2-2x+1}{(x^2+1)^2}$

5p b) Pentru $a = 0$, determinați punctele de extrem ale funcției f.

5p c) Arătați că **nu** există $a \in \mathbb{R}$ pentru care funcția f este descrescătoare.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+e^x}{x^2+e^x+3}$

5p a) Arătați că $\int_0^1 (x^2 + e^x + 3) \cdot f(x)dx = e$

5p b) Calculați $\int_0^1 f(x)dx$

5p c) Calculați $\int_0^1 x \cdot f'(x)dx$