

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E.c)

Matematică M_mate-info

Simulare decembrie 2023

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Subiectul I (30 puncte)

- 5p 1. Fie numărul complex $z = 2 - i$, unde $i^2 = -1$. Arătați că $z + \frac{5}{z} = 4$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + m$, unde $m \in \mathbb{R}$. Determinați numărul real m pentru care valoarea minimă a funcției f este 1.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg^2 x + 3\lg x - 4 = 0$.
- 5p 4. Fie mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determinați numărul funcțiilor bijective $f: A \rightarrow A$ cu proprietatea că $f(2) = 3$.
- 5p 5. Se consideră punctele $A(0,1)$, $B(3,2)$ și $C(-2,5)$. Scrieți ecuația dreptei care trece prin B și prin mijlocul segmentului AC.
- 5p 6. În triunghiul ABC se cunosc $AB = 4$, $AC = 6$ și $m(\sphericalangle BAC) = 120^\circ$. Aflați lungimea laturii BC.

Subiectul al II-lea (30 puncte)

1. Fie sistemul de ecuații
$$\begin{cases} mx + y + z = m - 1 \\ x + m^2y + z = m + 2, m \in \mathbb{R}. \\ x + y + z = m + 3 \end{cases}$$
- 5p a) Arătați că sistemul nu este omogen oricare $m \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Demonstrați că pentru $m = 1$ sistemul este incompatibil.
- 5p c) Determinați valorile naturale ale lui m pentru care sistemul este compatibil determinat și soluția x_0 este număr întreg.
2. Fie $M = (3; +\infty)$ și $x * y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p a) Să se demonstreze că $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3, (\forall) x, y \in M$.
- 5p b) Determinați perechile (n, m) de numere naturale din mulțimea M pentru care $n * (m - 2) = 8$.
- 5p c) Arătați că funcția $f: M \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x - 3)$ este un izomorfism între grupurile $(M, *)$ și $(\mathbb{R}, +)$.

Subiectul al III-lea (30 puncte)

-
1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8}}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4(2-x)}{(x^2+8)\sqrt{x^2+8}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei la G_f spre $-\infty$.
- 5p c) Demonstrați că $x - \sqrt{3x^2 + 24} \leq -4$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
2. Se consideră funcția $f : (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_3^4 \frac{1}{\ln x} f(x) dx = \ln \frac{4}{3}$.
- 5p b) Calculați $\int_1^{e^2} x^2 f^3(x) dx$.
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > 0$, pentru care $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1 - \frac{a}{e}$.