

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**
**SUBIECTUL I**

<b>1.</b>	<p>3,13,23,... 93 este o progresie aritmetică cu 10 termeni de rație 10</p> $S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{3 + 93}{2} \cdot 10 = 480$	<b>2p</b>  <b>3p</b>
<b>2.</b>	<p>Punctul de intersecție al graficelor funcțiilor îl obținem rezolvând ecuația <math>f(x) = g(x)</math>  <math>x^2 - 3x + 4 = 3x - 5</math>, de unde <math>x^2 - 6x + 9 = 0</math>, obținem <math>x_1 = x_2 = 3</math>  <math>g(3) = 3 \cdot 3 - 5 = 4</math>, punctul I(3;4)</p>	<b>2p</b>  <b>2p</b>  <b>1p</b>
<b>3.</b>	<p>Ridicând ambii membri la pătrat obținem <math>(\sqrt{2x-1})^2 = (x-2)^2</math>;  <math>2x-1 = x^2 - 4x + 4</math>; <math>x^2 - 6x + 5 = 0</math>; cu rădăcinile <math>x_1 = 1</math> și <math>x_2 = 5</math>  Făcând verificarea obținem că <math>x_2 = 5</math> convine, iar <math>x_1 = 1</math> nu convine.</p>	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>4.</b>	<p>Cazurile posibile sunt numerele de 2 cifre : 10,11,...,99 adică 90 numere  Cazuri favorabile 10, 13, 18, 22, 27, 31, 36, 40, 45, 54, 63, 72, 79, 81, 90, 97  deci 16 numere</p> $P = \frac{\text{numău cazuri favorabile}}{\text{numău cazuri posibile}} = \frac{16}{90} = \frac{8}{45}$	<b>2p</b>  <b>3p</b>
<b>5.</b>	<p>G centru de greutate al triunghiului ABC, avem <math>x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}</math>;  <math>2 = \frac{2 + (-4) + a}{3}</math> de unde obținem <math>a = 8</math>  <math>y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}</math>; <math>1 = \frac{-3 + 5 + b}{3}</math> de unde <math>b = 1</math>; C(8,1)</p>	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>6.</b>	$A_{MNP} = \frac{MN \cdot NP \cdot \sin N}{2}$ $\sin N = \sin 120^\circ = \sin (180^\circ - 120^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $A = \frac{6 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 12\sqrt{3}$	<b>2p</b>  <b>1p</b>  <b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

<b>1.a)</b>	$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-2) - (-1) \cdot 7 =$ $= -6 + 7 = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}$ $A^2 - A = -I_2, \quad A^2 - A + I_2 = O_2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	<p>Ecuția <math>A \cdot B = I_2 \Leftrightarrow B = A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^* =</math></p> $= \frac{1}{1} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}.$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$x * y = 2xy - 2x - 2y + 3 = 2xy - 2x - 2y + 2 + 1 =$ $= 2x(y - 1) - 2(y - 1) + 1 =$ $= (y - 1)(2x - 2) + 1 = (2x - 2)(y - 1) + 1 = 2(x - 1)(y - 1) + 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$(x * y) * z = (2(x - 1)(y - 1) + 1) * z = 4(x - 1)(y - 1)(z - 1) + 1$ $x * (y * z) = x * (2(y - 1)(z - 1) + 1) = 4(x - 1)(y - 1)(z - 1) + 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$x * x = 2(x - 1)(x - 1) + 1 = 2(x - 1)^2 + 1$ $x * x * x = (x * x) * x = (2(x - 1)^2 + 1) * x = 4(x - 1)^3 + 1.$ $4(x - 1)^3 + 1 = 5 \Leftrightarrow (x - 1)^3 = 1 \Leftrightarrow x = 2 \in R.$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = (x)' + \left(\frac{1}{x}\right)' = 1 - \frac{1}{x^2} =$ $\frac{x^2 - 1}{x^2} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x^2}, x \in (0, \infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - \frac{5}{2}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) =$	<b>3p</b> <b>2p</b>

	$= f'(2) = \frac{(2-1)(2+1)}{2^2} = \frac{1 \cdot 3}{4} = \frac{3}{4}$	
c)	$f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2} \geq 0, x \in [1, \infty)$ $\Rightarrow f \text{ crescătoare pe } [1, \infty)$	<p>3p</p> <p>2p</p>
2.a)	$\int g(x)dx = \int (x+1) \cdot \frac{x^3}{x+1} dx = \int x^3 dx =$ $= \frac{x^4}{4} + C$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$H(x) = \int \frac{1}{x^3} \cdot \frac{x^3}{x+1} dx = \int \frac{1}{x+1} dx = \ln x+1  + C = \ln(x+1) + C,$ <p>pentru <math>x &gt; 0</math></p> <p>Dar <math>H(e-1) = 2024 \Rightarrow \ln e + C = 2024 \Rightarrow C = 2023</math></p> <p>Deci <math>H(x) = \ln(x+1) + 2023</math></p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	<p>Fie <math>F</math> o primitivă a funcției <math>f</math> pe <math>(0, \infty) \Rightarrow F'(x) = f(x), (\forall)x \in (0, \infty)</math></p> <p>Dar <math>F'(x) = \frac{x^3}{x+1} &gt; 0, (\forall)x \in (0, \infty) \Rightarrow F</math> crescătoare pe <math>(0, \infty)</math></p>	<p>3p</p> <p>2p</p>