INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV

MINISTERUL EDUCAȚIEI

Examenul national de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE simulare decembrie 2023

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I ***30 de puncte***

1	$3\log_3 27 - 2\log_5 125 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3$ $= 9 - 6 = 3$	**3p** **2p**
2	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4x - 12 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$ soluțiile ecuației $x_1 = 3$ *și* $x_2 = 4$, abscisele punctelor	**3p** **2p**
3	$C.E.\, 3x - 4 > 0 \Rightarrow x \in \left(\frac{4}{3}, \infty\right)$ $3x - 4 = 2^5 \Rightarrow x = 12 \in \left(\frac{4}{3}, \infty\right)$	**2p** **3p**
4	$P = \frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile}$, $nr.cazuri\ posibile = 90$ $\overline{ab}$ *cu* $a \cdot b = 16$, cazuri favorabile 28, 44, 82, deci 3 cazuri favorabile $P = \frac{1}{30}$	**2p** **2p** **1p**
5	$\vec{u}$ și $\vec{v}$ să fie coliniari$\Leftrightarrow \frac{a}{a+1} = \frac{4}{5}$ de unde a=4	**3p** **2p**
6	$E\left(\frac{\pi}{3}\right) = sin^2\frac{\pi}{3} - cos^2\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} tg\frac{\pi}{6} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$ $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}.$	**3p** **2p**

Subiectul al II-lea ***(30 puncte)***

1a	$det(A) = \begin{vmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot 4 - (-4) \cdot 0 =$ =16-0=16	**3p** **2p**
1b	$B \cdot A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x & -4x + 4 \\ 0 & 4x \end{pmatrix}$, $4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4x & -4x + 4 \\ 0 & 4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 4x = 4\, ; -4x + 4 = 0$, se obține x=1	**3p** **2p**

1c	$det(A) = 16 \neq 0 \Longrightarrow A\ inversabilă$ $C \cdot A = I_2 \Leftrightarrow C = I_2 \cdot A^{-1} \Leftrightarrow C = A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	**2p** **3p**
2a	$7 * (-7) = \dfrac{7 - 7 + 7 \cdot (-7)}{7}$ $7 * (-7) = -7$	**2p** **3p**
2b	$2^x * 2 = 2 \Leftrightarrow \frac{2^x+2+2^x \cdot 2}{7} = 2$ $3 \cdot 2^x + 2 = 14$, de unde x=2	**2p** **3p**
2c	$a * (-a) \geq -3 \Leftrightarrow \frac{a-a-a^2}{7} \geq -3 \Leftrightarrow a^2 \leq 21 \Leftrightarrow a \in [-\sqrt{21}, \sqrt{21}]$ $a \in [-\sqrt{21}, \sqrt{21}] \cap \mathbb{Z}$, $a \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$	**3p** **2p**

Subiectul al III-lea ***(30 puncte)***

1a	$f'(x) = \frac{x^2+1-2x(x+a)}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2-2ax+1}{(x^2+1)^2}$ pentru $a = 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{-x^2-2x+1}{(x^2+1)^2}$	**3p** **2p**
1b	pentru $a = 0 \Rightarrow f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$. $f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = -1\ și\ x_2 = 1$ Se efectuează tabelul de variație a lui f și se observă că -1 este punct de minim și 1 este punct de maxim.	**1p** **1p** **3p**
1c	f este descrescatoare $\Leftrightarrow f'(x) \leq 0, (\forall)\ x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ $-x^2 - 2ax + 1 \leq 0, (\forall)\ x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2ax - 1 \geq 0, (\forall)\ x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow 4a^2 + 4 \leq 0 - imposibil.$	**1p** **2p** **2p**
2a	$\int_0^1 (x^2 + e^x + 3) \cdot f(x)dx = \int_0^1 (2x + e^x)dx =$ $= (x^2 + e^x)\big\|_0^1 = 1 + e - 1 = e$	**2p** **3p**
2b	$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \frac{2x + e^x}{x^2 + e^x + 3}dx = \ln(x^2 + e^x + 3)\big\|_0^1 = \ln(4 + e) - ln4 = ln\frac{4 + e}{4}$	**5p**
2c	$\int_0^1 x f'(x)dx = x \cdot f(x)\big\|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = f(1) - ln\frac{4+e}{4} = \frac{2+e}{4+e} - ln\frac{4+e}{4}$	**5p**