INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV

MINISTERUL EDUCAȚIEI

Examenul naţional de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică M_mate-info
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare decembrie 2023

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I *(30 puncte)*

1.	$z+\frac{5}{z}=4 \Leftrightarrow z^2-4z+5=0$, $\Delta=-4$,	2p
	soluțiile ecuației sunt $z_1=2-i, z_2=2+i$, deci $2-i$ verifică ecuația $z+\frac{5}{z}=4$	3p
2.	a=1>0,deci valoarea minimă a funcției este $y_v=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{4-4m}{4}=-1+m$	3p
	$y_v=1 \Leftrightarrow m=2$	2p
3.	CE: $x>0$, $\lg x=t \Rightarrow t^2+3t-4=0$, $t_1=-4, t_2=1$	2p
	$\lg x=-4 \Leftrightarrow x=10^{-4}>0$ și $\lg x=1 \Leftrightarrow x=10>0 \Rightarrow x\in\left\{\frac{1}{10000},10\right\}$	3p
4.	Numărul funcțiilor bijective *f* coincide cu numărul funcțiilor bijective $g:\{1,3,4,5\}\to\{1,2,4,5\}$	2p
	Deci nr. funcțiilor bijective *f* este $4!=24$ funcții	3p
5.	Fie M mijlocul segmentului AC $\Rightarrow M(-1,3)$	2p
	Ecuația dreptei prin două puncte *BM* este $x+4y-11=0$	3p
6.	Aplicăm teorema cosinusului în triunghiul *ABC:* $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$	2p
	$BC^2=16+36-2\cdot4\cdot6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow BC=2\sqrt{19}$	3p

Subiectul al II-lea *(30 puncte)*

1.a)	Sistemul este omogen $\Leftrightarrow m-1=m+2=m+3=0$	2p
	Cum $m-1\neq m+2, (\forall)m\in\mathbb{R} \Rightarrow$sistemul nu este omogen	3p

b)	Pentru $m=1 \Rightarrow$ matricea sistemului este $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix} \Leftrightarrow \det A=0$ Rangul matricei este $rangA=1 \Leftrightarrow \Delta_c=\begin{vmatrix}1&0\\1&3\end{vmatrix}\neq 0 \Rightarrow$ sistem incompatibil	2p 3p
c)	sistem compatibil determinat $\Leftrightarrow A=\begin{pmatrix}m&1&1\\1&m^2&1\\1&1&1\end{pmatrix}\Leftrightarrow \det A=(m+1)(m-1)^2\neq 0\Leftrightarrow m\neq\pm 1$ $x_o=\frac{\begin{vmatrix}m-1&1&1\\m+2&m^2&1\\m+3&1&1\end{vmatrix}}{(m+1)(m-1)^2}=\frac{-4(m^2-1)}{(m+1)(m-1)^2}\Leftrightarrow\frac{-4}{m-1}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow m=\{0\,;3\,;5\}$	2p 3p
2.a)	$x*y=xy-3x-3y+12=x(y-3)-3(y-3)+3$ $=(x-3)(y-3)+3,(\forall)x,y\in M$	3p 2p
b)	$n*(m-2)=8\Leftrightarrow 8=(n-3)(m-2-3)+3\Leftrightarrow(n-3)(m-5)=5$ Cum $n,m\in M\Leftrightarrow(n,m)=\{(4;10);(8;6)\}$	3p 2p
c)	f morfism $\Leftrightarrow f(x*y)=f(x)+f(y)\Leftrightarrow \ln((x-3)(y-3)+3-3)=\ln(x-3)+\ln(y-3)$ f izomorfism $\Leftrightarrow f$ bijectivă $\begin{array}{c\|cccccccccc} x & 3 & & & & & & & & & +\infty \\ \hline f' & + & + & + & + & + & + & + & + & + & \\ \hline f & -\infty & & & & \nearrow & & & & & +\infty \end{array}$ $str\nearrow\Leftrightarrow f$ inj , $Im\, f=\mathbb{R}\Leftrightarrow f$ surj	2p 3p

Subiectul al III-lea **30 puncte**

1.a)	$f'(x)=\frac{(x+4)'\sqrt{x^2+8}-(x+4)\left(\sqrt{x^2+8}\right)'}{\left(\sqrt{x^2+8}\right)^2}=\frac{\sqrt{x^2+8}-(x+4)\frac{x}{\sqrt{x^2+8}}}{x^2+8}$ $=\frac{x^2+8-x^2-4x}{(x^2+8)\sqrt{x^2+8}}=\frac{4(2-x)}{(x^2+8)\sqrt{x^2+8}},x\in\mathbb{R}.$	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+4}{\sqrt{x^2+8}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\frac{4}{x}\right)}{-x\sqrt{1+\frac{8}{x^2}}}=-1$ $y=-1$ este ecuația asimptotei orizontale la G_f spre $-\infty$.	3p 2p

c)	$f'(x)=0 \Rightarrow \dfrac{4(2-x)}{(x^2+8)\sqrt{x^2+8}}=0 \Rightarrow x=2$ $x \in (-\infty,2] \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-\infty,2]$, $x \in [2,+\infty) \Rightarrow$ $f'(x) \leq 0$, deci f descrescătoare pe $[2,+\infty)$ obținem că $f(x) \leq f(2)$, de unde $x-\sqrt{3x^2+24} \leq -4$, $x \in \mathbb{R}$.	1p 2p 2p
2.a)	$\int_3^4 \frac{1}{lnx} f(x)dx = \int_3^4 \frac{1}{lnx}\frac{lnx}{x}dx = \int_3^4 \frac{1}{x}dx =$ $= \ln x \Big\|_3^4 = \ln 4 - \ln 3 = \ln\frac{4}{3}$	2p 3p
b)	$\int_1^{e^2} x^2 f^3(x)dx = \int_1^{e^2} x^2 \frac{ln^3x}{x^3}dx = \int_1^{e^2} \frac{ln^3x}{x}dx$, $lnx=t, \frac{1}{x}dx=dt$ $\int_0^2 t^3 dt = \frac{t^4}{4}\Big\|_0^2 = \frac{2^4}{4} - 0 = 4$	3p 2p
c)	$\int_1^e \frac{f(x)}{x}dx = \int_1^e \frac{lnx}{x^2}dx = -\frac{1}{x}lnx\Big\|_1^e + \int_1^e \frac{1}{x^2}dx$ $= -\frac{1}{e} - \frac{1}{x}\Big\|_1^e = 1 - \frac{2}{e}$ $1-\frac{2}{e} = 1-\frac{a}{e}$, de unde a=2	2p 2p 1p