

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
Clasa a VII a
Olimpiada de matematică - Faza locală

- Nu se acorda puncte din oficiu.
- Pentru orice soluție corectă, diferită de cea din barem, se acorda punctajul corespunzător.
- Fiecare exercițiu este punctat de la 0 la 7.

1. a) $a = \sqrt{(2\sqrt{5} + 3)^2} - \sqrt{(2\sqrt{5} - 5)^2} - \sqrt{80}$

$a = |2\sqrt{5} + 3| - |2\sqrt{5} - 5| - \sqrt{5} \dots\dots\dots 1p$

$a = 2\sqrt{5} + 3 - (5 - 2\sqrt{5}) - 4\sqrt{5}$

$a = 2\sqrt{5} + 3 - 5 + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \dots\dots\dots 1p$

$a = -2 \in \mathbb{Z} \dots\dots\dots 1p$

b) $(a+1)^{2024} = (-2+1)^{2024} = 1 \dots\dots\dots 1p$

$2024^{a+1} = \frac{1}{2024} \dots\dots\dots 1p$

$\frac{1}{2024} < 1 \Rightarrow (a+1)^{2024} > 2024^{a+1} \dots\dots\dots 2p$

2. $A = \{ x \in \mathbb{Z} / \sqrt{\frac{x-3}{3x-5}} \in \mathbb{Z} \}$

$\sqrt{\frac{x-3}{3x-5}} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{x-3}{3x-5} \geq 0$ și $\frac{x-3}{3x-5}$ este pătrat perfect. 1p

$\frac{3x-5}{3x-5} / \frac{3x-5}{x-3} \Rightarrow \frac{3x-5}{3x-9} \Rightarrow 3x-5 / 4 \dots\dots\dots 2p$

$3x-5 \in D_4 = \{ 1; 2; 4; -1; -2; -4 \} / +5$

$3x \in \{ 6; 7; 9; 4; 3; 1 \} / :3$

Dar $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{ 2; 3; 1 \} \dots\dots\dots 1p$

$x=2 \Rightarrow \sqrt{\frac{2-3}{3 \cdot 2 - 5}} = \sqrt{-1}$ fals

$x=3 \Rightarrow \sqrt{\frac{3-3}{3 \cdot 3 - 5}} = 0$ adevărat

$x=1 \Rightarrow \sqrt{\frac{1-3}{3 \cdot 1 - 5}} = \sqrt{\frac{-2}{-2}} = 1$ adevărat

$A = \{ 3; 1 \} \dots\dots\dots 1p$

Card $A = 2 \dots\dots\dots 1p$

3. a) $C' = \text{sim}_M C \Rightarrow CM \equiv MC'$
M mijlocul AB $\Rightarrow AM \equiv MB$ ACBC' paralelogram.....3p
b) ACBC' paralelogram $\Rightarrow AC' \equiv BC$
 $BC' \equiv AC$ 1p
 $CC' < C'A + AC$ 1p
 $2CM < C'A + AC$
 $2CM < BC + AC$1p
 $CM < \frac{CA + CB}{2}$ 1p
4. $\sphericalangle ABC + \sphericalangle BAC + \sphericalangle ACB = 180^\circ \Rightarrow \sphericalangle BAC = 45^\circ$
 $\Rightarrow \sphericalangle CAD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ 1p
 $\sphericalangle ADB = 30^\circ$
Construim $CE \perp AD$
 ΔCED
 $CE = 6 \text{ cm}$
 $DE = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ 1p
 ΔAEC dreptunghic isoscel
 $AE = EC = 6 \text{ cm}$
 $AC = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ 1p
Construim $CF \perp AB$
 ΔAFC dreptunghic isoscel
 $AF = FC = 6 \text{ cm}$
 ΔCFB
 $BF = 2\sqrt{3}$ 1p
 $AB = (6 + 2\sqrt{3}) \text{ cm}$
 $AD = (6 + 6\sqrt{3}) \text{ cm}$1p
 $A_{\Delta ABC} = \dots (18 + 6\sqrt{3}) \text{ cm}^2$2p